

Paskaita 7

Populiacijų modeliai:
Derliaus gavimo modelys.

Papildydamė mėsų turėtų logistinių modelių:

$$\frac{dN}{dt} = r N \left(1 - \frac{N}{K}\right) \text{ papiloma}$$

procesų - skaitame pasirinkti derlių
E · N (pv. mėsos kirtumas)

Gauname patikslintą modelį

$$\frac{dN}{dt} = r N \left(1 - \frac{N}{K}\right) - E N$$

Mūsų tikslas maksimizuoti pelną
 $E N \rightarrow \max$.

Atkreipiamė dėmesį, kad $N = N(E)$.

ir $N'(E) < 0$ (didėjant E ,
 N mažėja, bet $E N$ gali ir didėti)

Analīze ~~predēkime~~ ^{predēkime} neso stacionārus
spreadingu radīmo ir griezīgo stacionārus
varas spreadingu stabilitātes analīze.

Stacionārus spreadingus.

$$\frac{dN}{dt} \equiv 0 \Rightarrow rN\left(1 - \frac{N}{K}\right) - EN = 0.$$

$$\boxed{N_s(E) = K\left(1 - \frac{E}{r}\right)}$$

Matē, kad stacionārus spreadingus
mazēja, ~~mazēja~~ dividant E.

Pelns (derlums) (A yield)

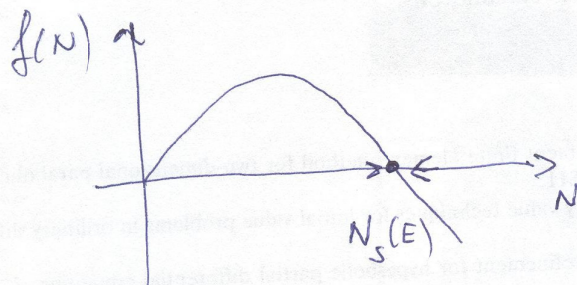
$$Y(E) = EN_s(E) = EK\left(1 - \frac{E}{r}\right)$$

- Tātad, kad $E < r$ gūstam pelns
- $Y_{\max}(\tilde{E}) = \frac{rK}{4}$, kad $\tilde{E} = \frac{r}{2}$

$$\boxed{N_s(\tilde{E}) = \frac{K}{2}}$$

Izskaidrojums tātad $\frac{1}{2}$
derlums rezultāts.

Tīrīsim gautojo stacionārus punktus
stabilitātes:



(jaugu $f'(N) < 0$)

$$f(N) = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right) - EN$$

$$f'(N) = r \left(1 - \frac{2N}{K}\right) - E$$

$$f'(N_s) = r \left(1 - 2\left(1 - \frac{E}{r}\right)\right) - E$$

$$= \underline{E - r}.$$

Taigi stacionārus punktu ir
stabilitātes ($f'(N_s) < 0$), ja

$$\boxed{E < r.}$$

Panagrināšana, kāpēc greitā
sistēmā sagrozīta ir stacionāras
tāskas, jo tās ir ievērojamas ar šīs
būvniecības (perturbācijām) (atstātā
resursu pētījumi)

Lineārizējamie lygti stacionāras
tāskas apstākļos:

$$\frac{d(N - N_s)}{dt} \approx f'(N_s(E)) (N - N_s)$$

$$= (E - \tau) (N - N_s)$$

$$N(t) - N_s = e^{(E - \tau)t} (N(0) - N_s)$$

(Recovery time) Atstatymo laiks, ja
laiks, per kuru perturbācija dēvēs
sistemā $\frac{1}{E - \tau}$ ~~laiks~~ & daudzkārt.

$$e^{+(E - \tau) T_R} = \frac{1}{e}$$

$$T_R(E) = \frac{1}{\tau - E}$$

E - dīdējant,
 T_R - laiks.

$$T_R(0) = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{T_R\left(\frac{E}{2}\right) = 2 T_R(0)}$$

$\frac{E}{2} = E_M$

Kadangi meen domeiku peluan (derleis)

Y , tai nagrinėjus $T_R(Y)$ f-jį.
(analizė Y atžvilgiu, kur Y -dyomenys)

$$Y(E) = K E \left(1 - \frac{E}{2}\right)$$

$$Y_M = \frac{2K}{4} \quad (\text{max reikšmė})$$

Sprendžiamas kvadratinis lygtis.

$$Y_E = Y_M \frac{4}{2} E \left(1 - \frac{E}{2}\right)$$

$\Rightarrow$

$$T_R(0) = \frac{1}{2}$$

$$T_R(E) = \frac{1}{2-E}$$

$$\frac{T_R(Y)}{T_R(0)} = \frac{2}{1 \pm \left[1 - \frac{Y}{Y_M}\right]^{1/2}}$$

-6-

$$\frac{Y}{Y_M} = 4 \tilde{E} (1 - \tilde{E})$$

$$\frac{T_R(\tilde{E})}{T_R(0)} = \frac{1}{1 - \tilde{E}}$$

$$\tilde{E} = \frac{E}{2}$$

$$\tilde{E}^2 - \tilde{E} + \frac{Y}{4Y_M} = 0$$

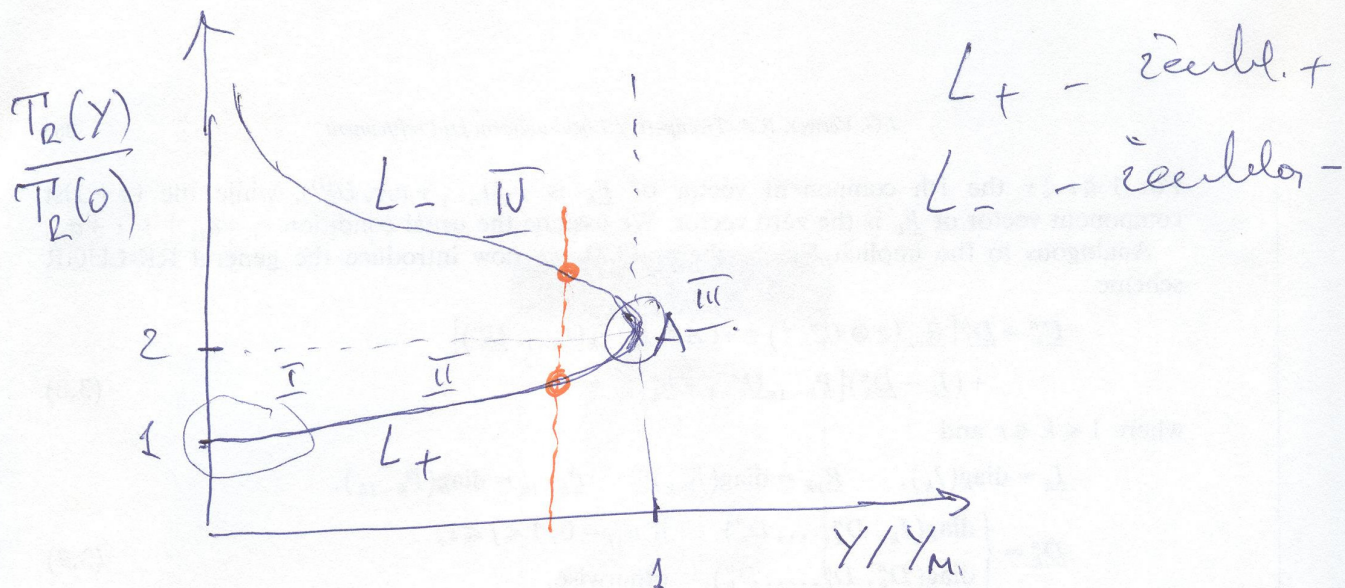
$$\tilde{E} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \frac{Y}{Y_M}} = \frac{1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{Y}{Y_M}} \right)$$

$$\frac{T_R(Y)}{T_R(0)} = \frac{T_R(\tilde{E})}{T_R(0)} = \frac{2}{1 \pm \sqrt{1 - Y/Y_M}}$$

L_+ u L_- křivky

$$Y = Y_M \quad \frac{T_R(\tilde{E})}{T_R(0)} = 2$$

Tolčen oddělnost E nuo $\frac{z}{2}$ ile z
 porednane z křivky T_R (historky)
 (Y -pradena maseti)



Atšķir, kad naidīgu sēksti līti
 aut L_+ sākas ir pārvērtē patēti
 aut L_- sākas

Pārveidēdme jēlejiņo aut sīs histerēis
 kļūps

Prādedame ues māzās E reikšmēs (
 māzās poudis vārtēti derlēis)

Tada $N_s(E) \approx K$ ir $N_s(E) > \frac{K}{2} = N_M$,

kur N_M grā populācijs dēstis, kur
 gānuame maksimāls derlēis. Y_M .

Tada atsistatymo laika $\boxed{T_R(E)/T_R(0) \approx 1}$
 Dīdīnāme E . II svēti

Išlikusime ant L_+ ir derlius dideje
 Pasikeisime $N_s(E) \approx \frac{K}{2}$ ir mokesius
 derlius Y_n (tašku A) $\overline{III}$.

Jei E ir šolien didiname E ,
 tai $N_s(E) < \frac{K}{2}$, $Y < Y_0$ ~~ats~~ sistemos
 atsistatymo laikas šolien didėja,
 bet jau eivut L_- tacia !