Kursinis darbas

Švytuoklės judėjimo matematinių modelių analizė

Matematinis modelis 1.

$$\begin{aligned} &l\frac{d^2\theta}{dt^2} + g\theta(t) = 0, \qquad (1)\\ &\theta(0) = \theta_0, \quad \frac{d\theta}{dt}(0) = 0. \end{aligned}$$

a) Raskite svyravimų periodą T_0 (naudokite analizinį sprendinį).

b) Išspręskite uždavinį ODE45 sprendikliu, nustatykite svyravimų periodą T_0.

c) Išspręskite uždavinį prediktoriaus-korektoriaus sprendikliu (jį realizuokite savarankiškai), nustatykite svyravimų periodą T_0.

Matematinis modelis 2.

$$\begin{aligned} &l\frac{d^2\theta}{dt^2} + g\sin(\theta) = 0, \qquad (2)\\ &\theta(0) = \theta_0, \quad \frac{d\theta}{dt}(0) = 0. \end{aligned}$$

a) Išspręskite uždavinį ODE45 sprendikliu, kai sprendžiame dviejų pirmosios eilės lygčių sistemą. Nustatykite svyravimų periodo $\tilde{T}_0$ priklausomybę nuo pradinio atsilenkimo kampo θ_0.

b) palyginkite abiejų modelių sprendinius (jų dinamiką), esant skirtingiems atsilenkimo kamapmas θ_0.

Matematinis modelis 3.
Gaukite modelio lygtį

$$\begin{aligned} &\frac{d^2\theta}{dt} = \sqrt{\frac{2g}{l}\big(\cos(\theta) - \cos(\theta_0)\big)}, \qquad (3)\\ &\theta(0) = \theta_0. \end{aligned}$$

Išspręskite uždavinį ODE45 sprendikliu, palyginkite modelių 2 ir 3 sprendinius.

4. Parametro g nustatymas iš virtualaus eksperimento rezultatų

Tarkime, kad žinome švytuoklės periodą T_0, kai užduotas pradinis atlenkimo kampas θ_0 ir švytuoklės ilgis l.

Raskite, koks yra šioje geografinėje vietoje gravitacinis pagreitis g. Naudokite matematinius modelius 1 ir 3.

5. Bonusas.

Atlikite realius fizikinius eksperimentus su pasigaminta švytuokle. Nustatykite jos svyravimų periodą, kai

$$\theta = 10^\circ, \quad 30^\circ, \quad 60^\circ, \quad 85^\circ.$$